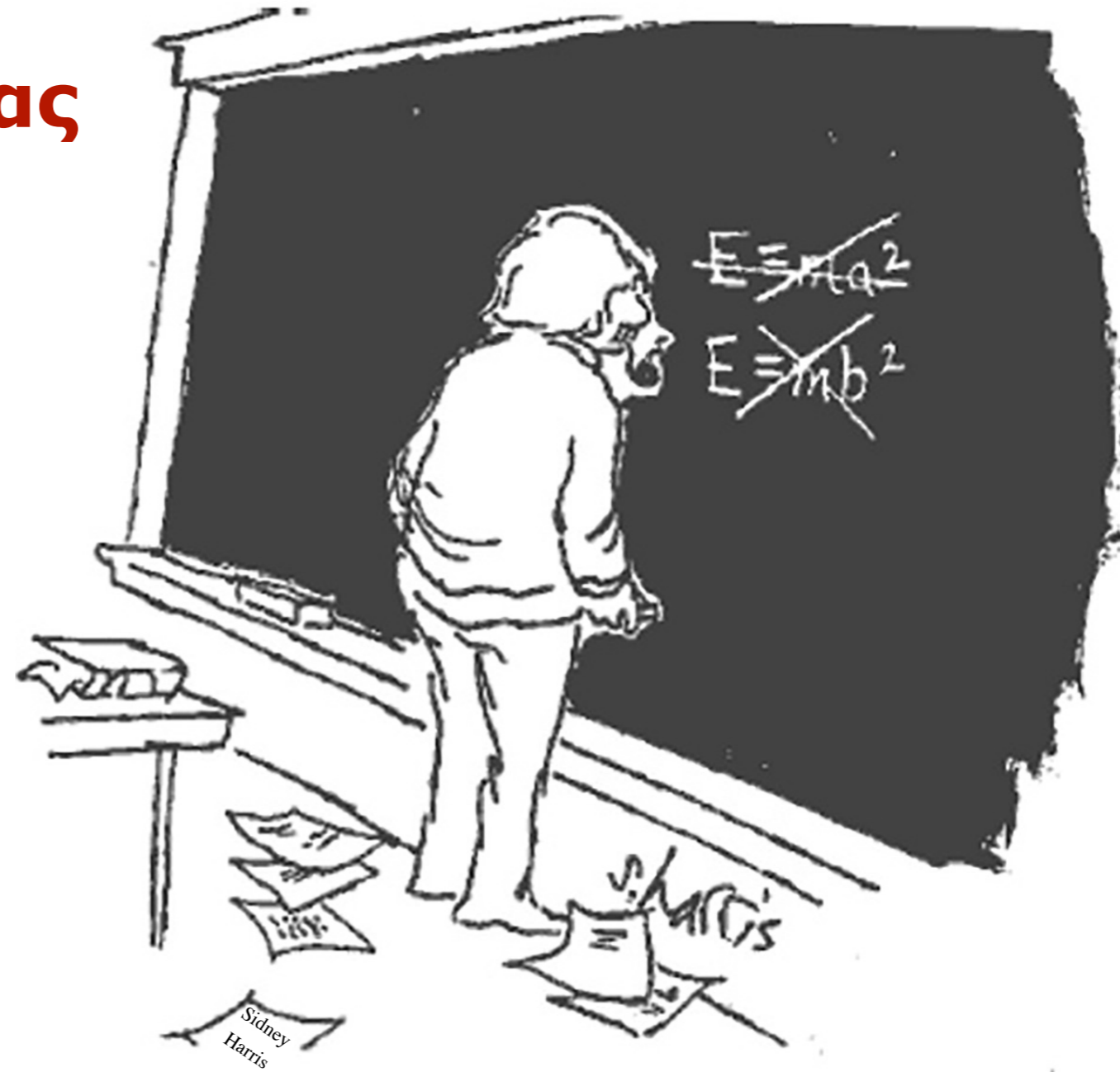


# Ειδική Θεωρία Σχετικότητας

4ο εξάμηνο σπουδών

Σχολή Θετικών Επιστημών  
Τμήμα Φυσικής  
Εθνικό & Καποδιστριακό  
Πανεπιστήμιο Αθηνών

Ακαδημαϊκό Έτος  
2020-2021



διαφάνειες διαλέξεων (Κ. Θεοφιλάτου)

# διαδραστική διάλεξη

επιθυμώ ερωτήσεις, σχόλια και παρεμβάσεις

(δεν υπάρχουν κακές ερωτήσεις)

ορισμοί, συμβάσεις &  
σημεία συχνής σύγχυσης κατά την  
εκμάθηση της ΕΘΣ

# διαφορετικοί ορισμοί

αναλόγως το βιβλίο/σημειώσεις αναφοράς

1) ορισμός μάζας

2) μετρική  $(-, +, +, +)$  ή  $(+, -, -, -)$

3) τυποποιημένος μετασχηματισμός [Lorentz τότε βάζουμε τόνους και τότε όχι ;-)]

4) d'Alambertian

5)  $p^\mu p_\mu = (\mp) m^2$

6) βλέπω  $\neq$  παρατηρώ

7) διατηρητέο  $\neq$  αναλλοίωτο

8) If  $a^2 > 0$ ,  $a^\mu$  is called *timelike*  
If  $a^2 < 0$ ,  $a^\mu$  is called *spacelike* ή το αντίθετο  
If  $a^2 = 0$ ,  $a^\mu$  is called *lightlike*

**ενέργεια, ορμή,  
μάζα**

# ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Η (ολική) ενέργεια σωματιδίου με μάζα ηρεμίας ( $m$ ) είναι:

A)  $E = mc$

B)  $E = \gamma mc^2$

C)  $E = mc^2$

D)  $E = pc + mc^2$

ψηφίζουμε (ανώνυμα) μεταξύ των A/B/C/D

# ενέργεια, ορμή, μάζα

## Ορισμοί:

**Ενέργεια** = χρονικό κομμάτι του  $\mathbf{p}^\mu = [E, p_x, p_y, p_z]^T$

**Ορμή** = χωρικό κομμάτι του  $\mathbf{p}^\mu = [E, p_x, p_y, p_z]^T$

$$\mathbf{Μάζα} = m = \sqrt{-P^\mu P_\mu}, (- + + +)$$

$$m = \sqrt{+P^\mu P_\mu}, (+ - - -)$$

$$m^2 = E^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$$

**μονάδες**



# όταν $c=1$

μάζα, ενέργεια και ορμή έχουν τις ίδιες διαστάσεις,  
είθισται να μετράμε τη μάζα στοιχειωδών σωματιδίων σε  
μονάδες [eV]

1 **eV** = κινητική ενέργεια που αποκτά ένα ηλεκτρόνιο όταν  
αυτό επιταχυνθεί με διαφορά δυναμικού 1 Volt

$$q(e^-) = 1.602176634 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$T = q \Delta V = 1\text{eV} = 1.602176634 \times 10^{-19} \text{ [J]}$$

πχ, η μάζα ενός πρωτονίου είναι περίπου 1 GeV

$$m_p = 1.67262192369(51) \times 10^{-27} \text{ [kg]}$$

$$c = 299792458 \text{ [m/s]}$$

$$m_p c^2 = (1.67262192369 \times 10^{-27} \times (299792458)^2) / (1.602 \times 10^{-19} \times 10^9) = 0.938 \text{ GeV} \sim \mathbf{1 \text{ [GeV]}}$$

**φωτόνια**

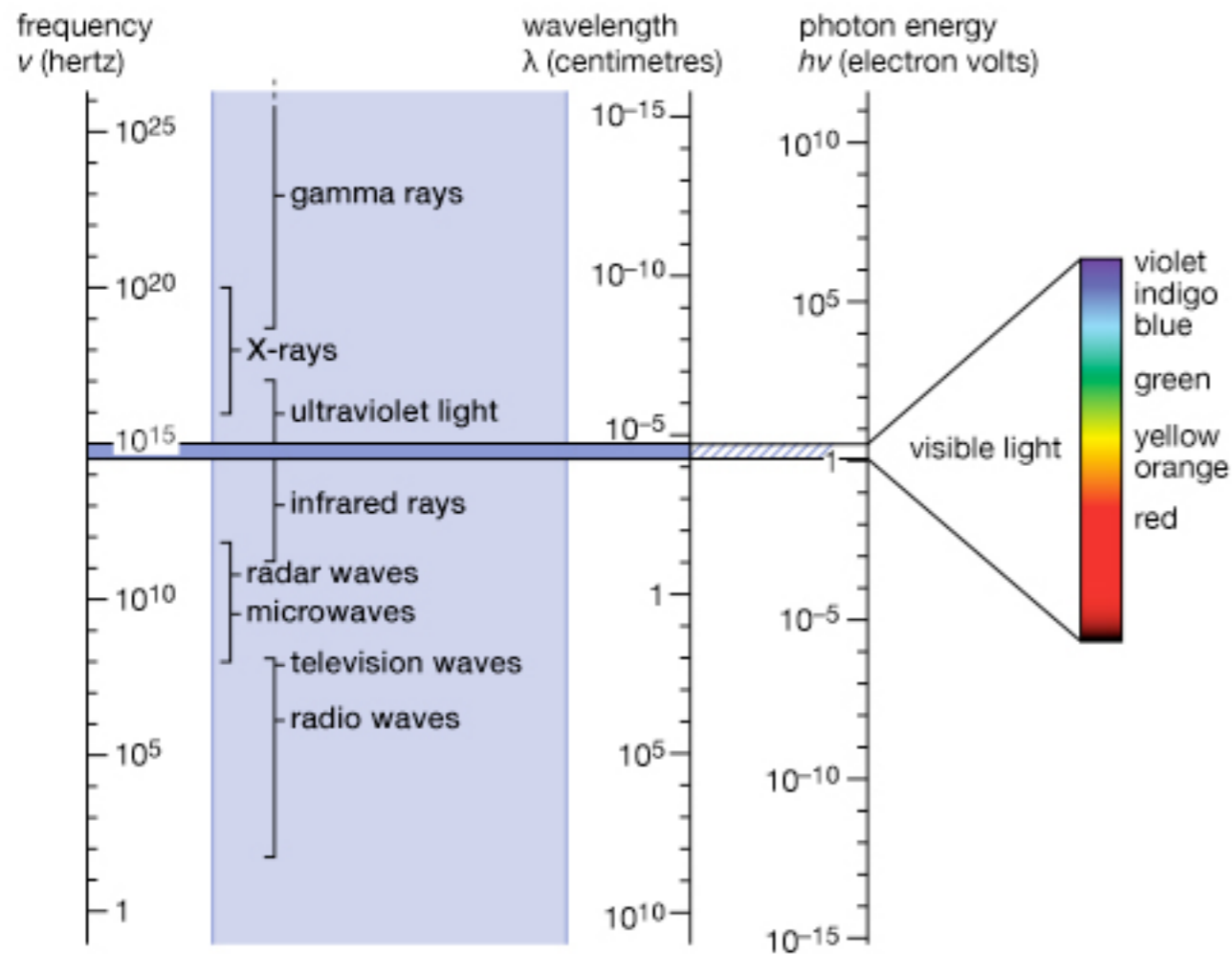
# ΤΙ ΠΑΡΆΓΕΙ ΤΑ ΦΩΤΌΝΙΑ?



οποιοδήποτε ταρακούνημα (επιτάχυνση) ηλεκτρικά φορτισμένων σωματιδίων, παράγει φωτόνια (φως)

Η θερμότητα είναι ένας τρόπος να ταρακουνήσουμε τα φορτία της ύλης

# φως ορατό και αόρατο



© Encyclopædia Britannica, Inc.

ακτίνες γ,  
ακτίνες Χ,  
υπεριώδης,  
υπέρυθρη,  
μικροκύματα,  
3G, 4G, 4G+  
ραδιοκύματα

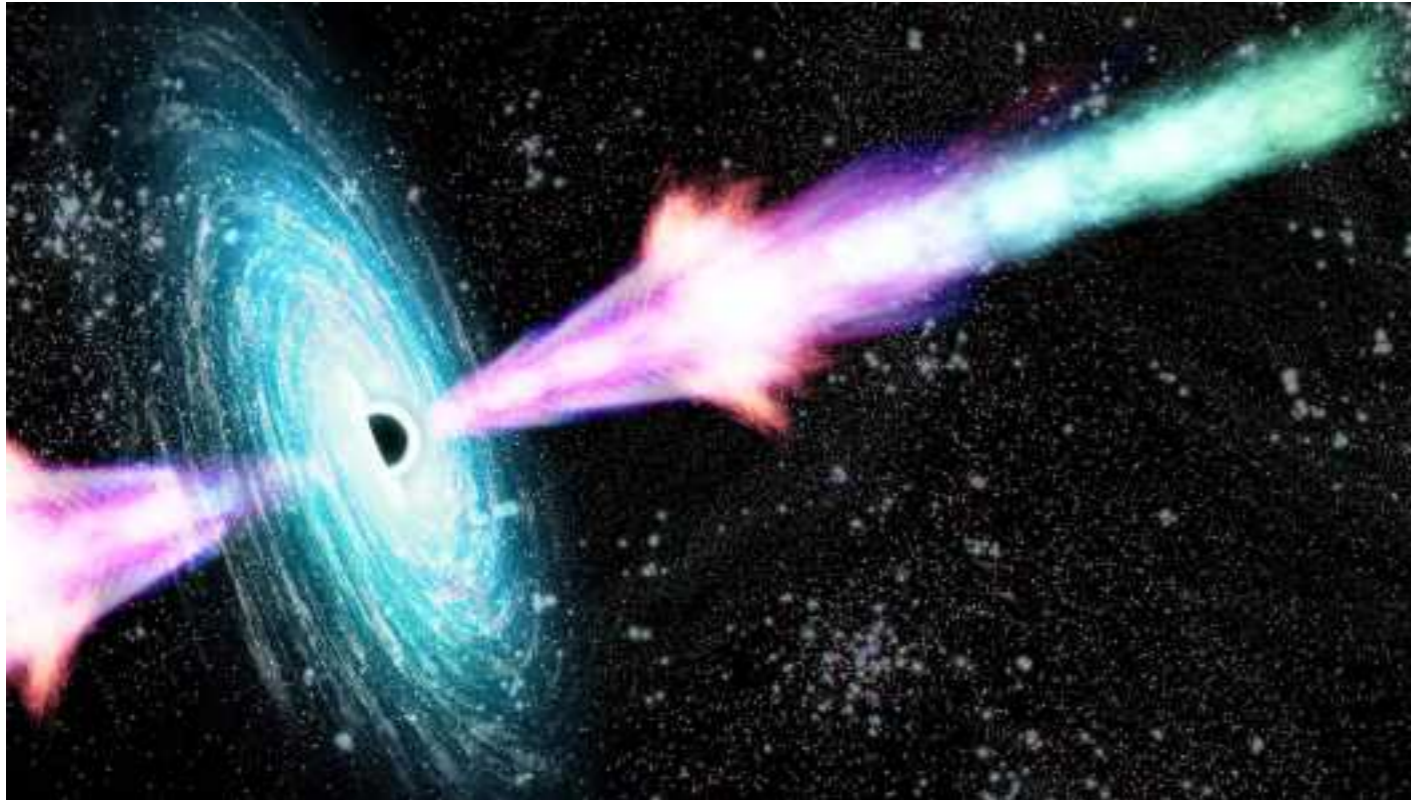
όλα είναι φωτόνια  
διαφορετικής  
συχνότητας  
(ενέργεια)

$$E = h \nu = hc/\lambda$$

θα μπορούσε η ταχύτητα του φωτός να εξαρτάται από την ενέργεια ?

# όλα τα χρώματα

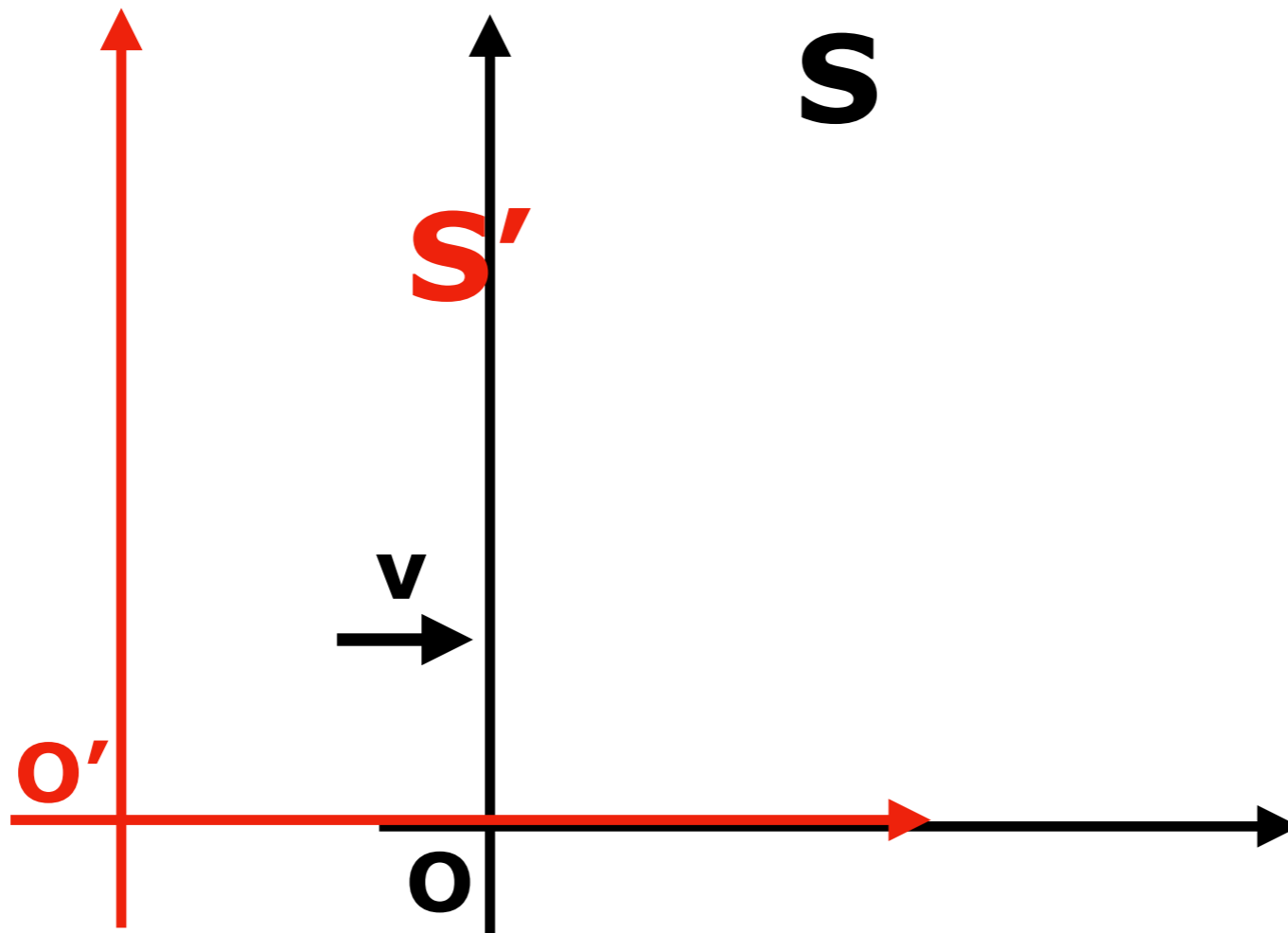
τρέχουν με την ίδια ταχύτητα



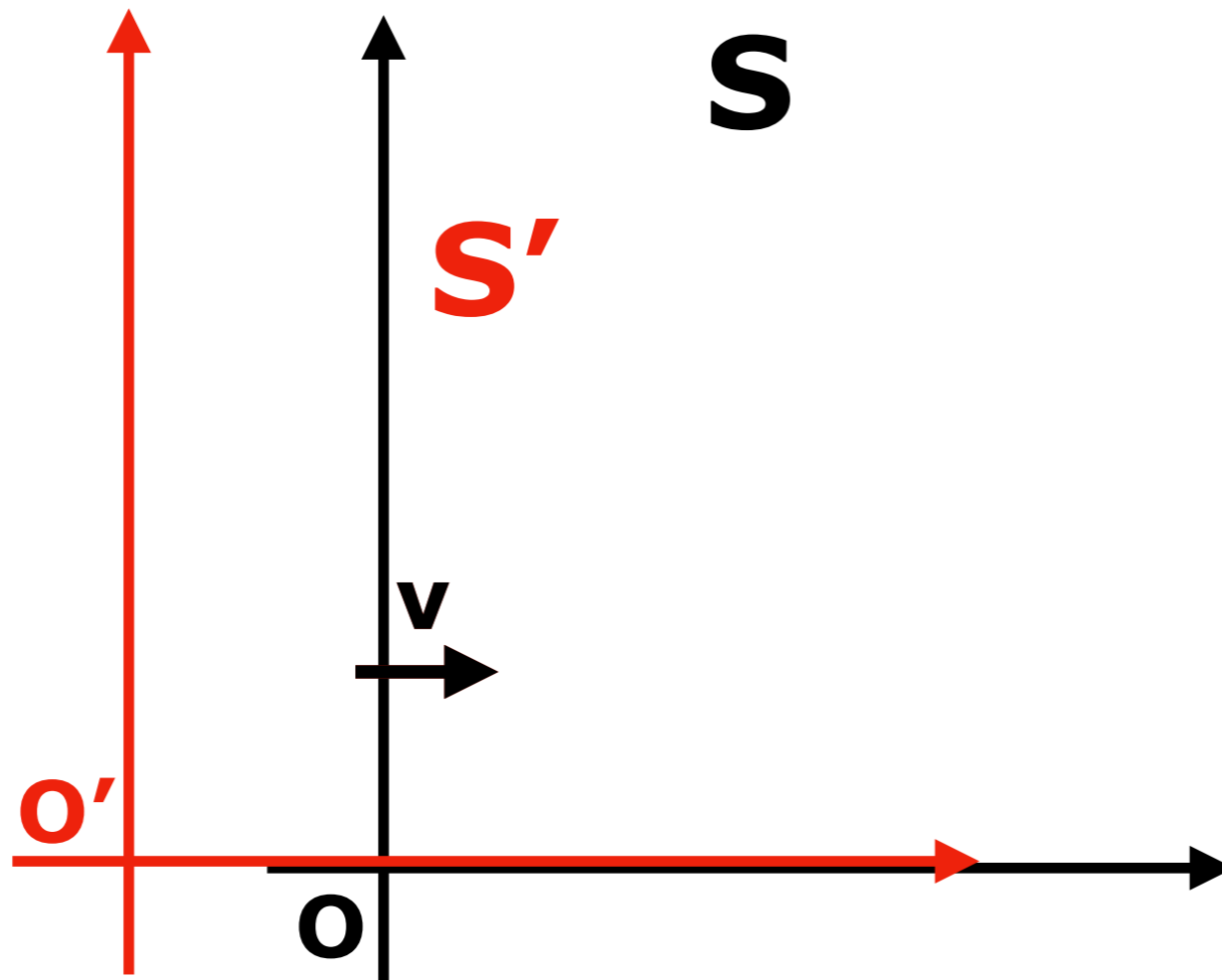
η ταχύτητα του φωτός είναι ανεξάρτητη της ενέργειας που “κουβαλάει” (εντός ορίων πειραματικής ακρίβειας)

<https://arxiv.org/abs/0908.1832>

**τυποποιημένος  
μετασχηματισμός  
Lorentz (ορισμός)**

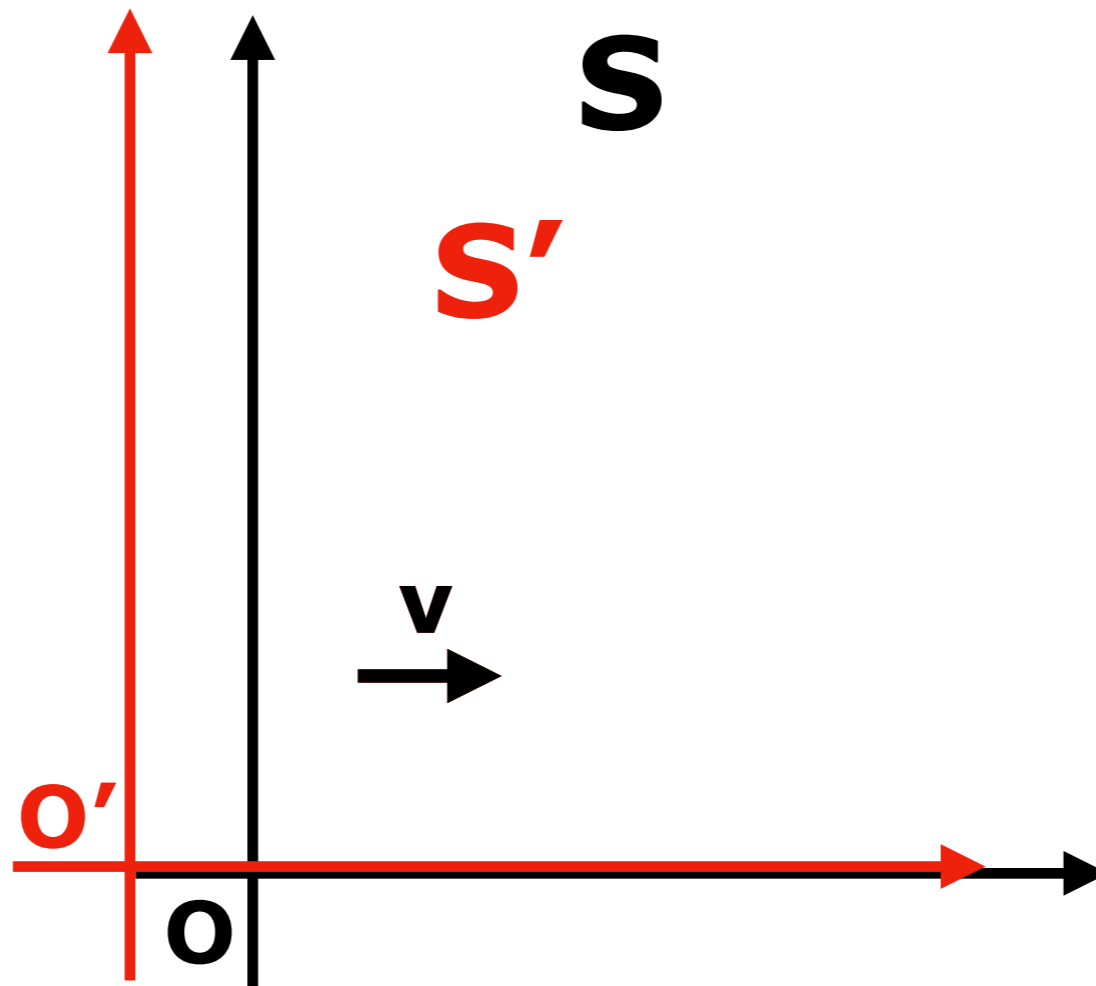


$S, S'$  τυποποιημένος μετασχηματισμός

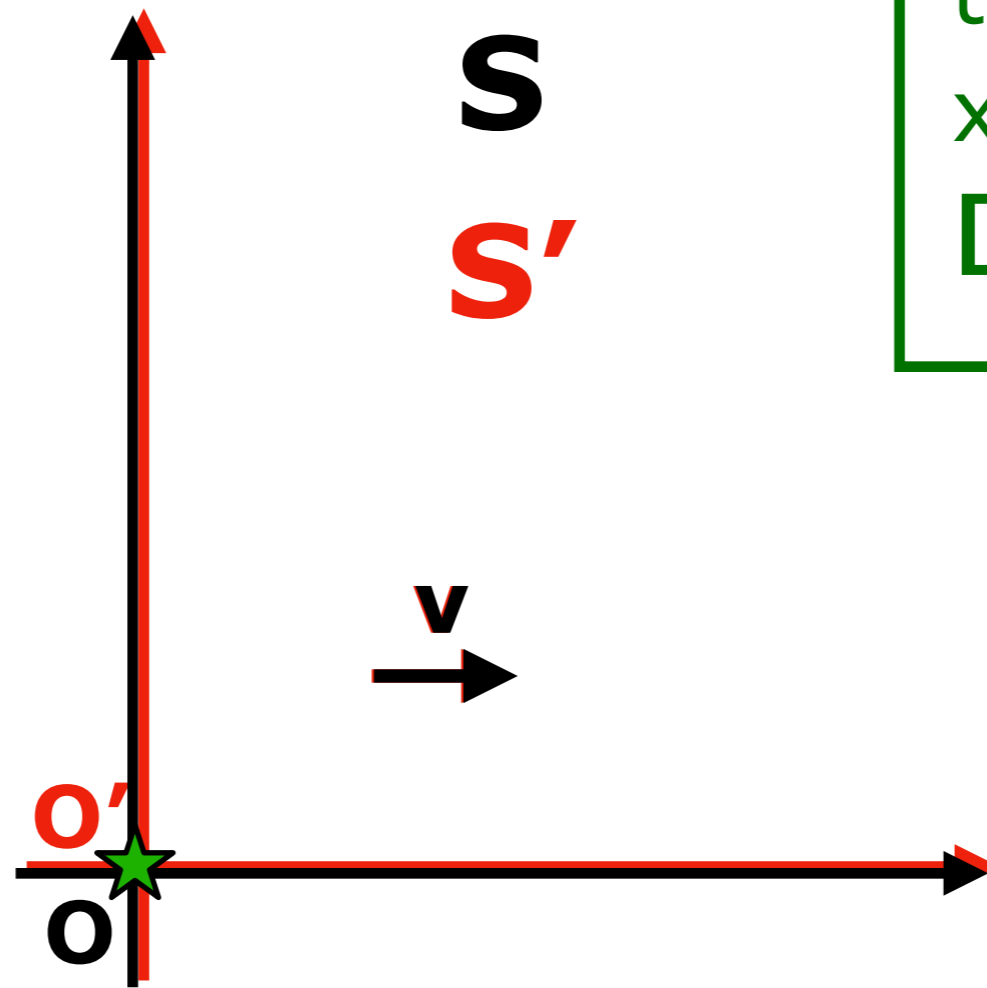


**S, S'** τυποποιημένος μετασχηματισμός



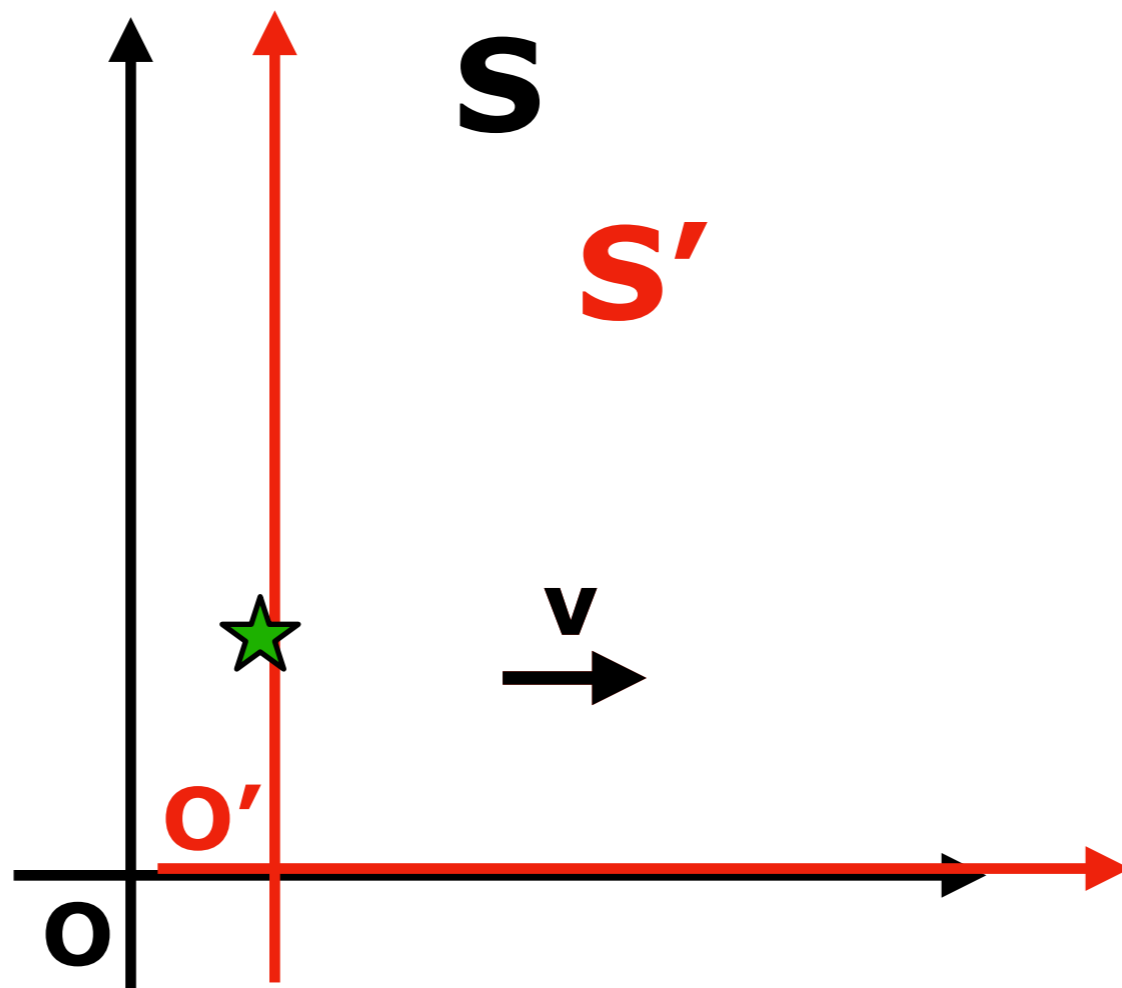


**S, S'** τυποποιημένος μετασχηματισμός

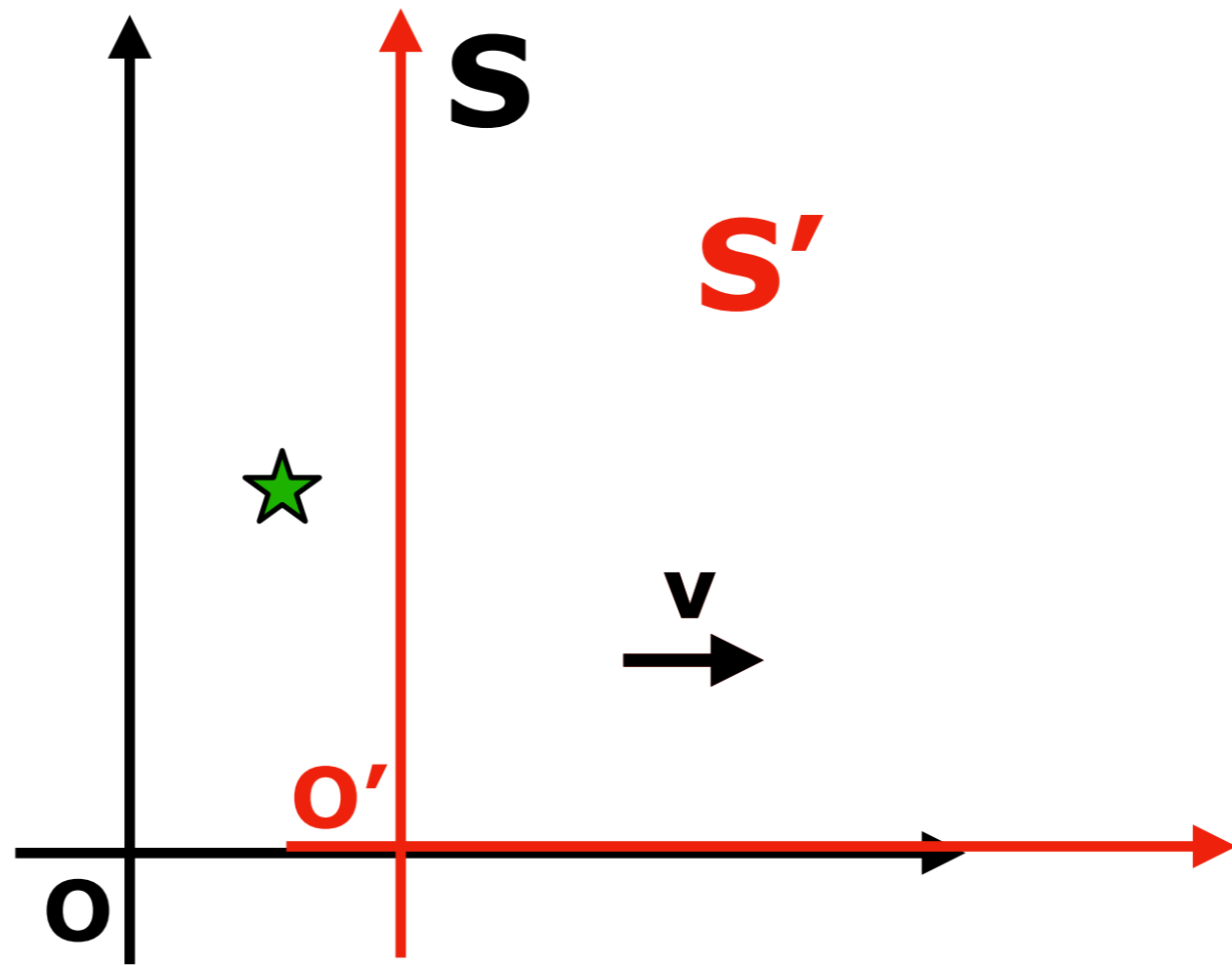


$t = t' = 0$   
 $x = x' = 0$   
 [συγχρονισμός]

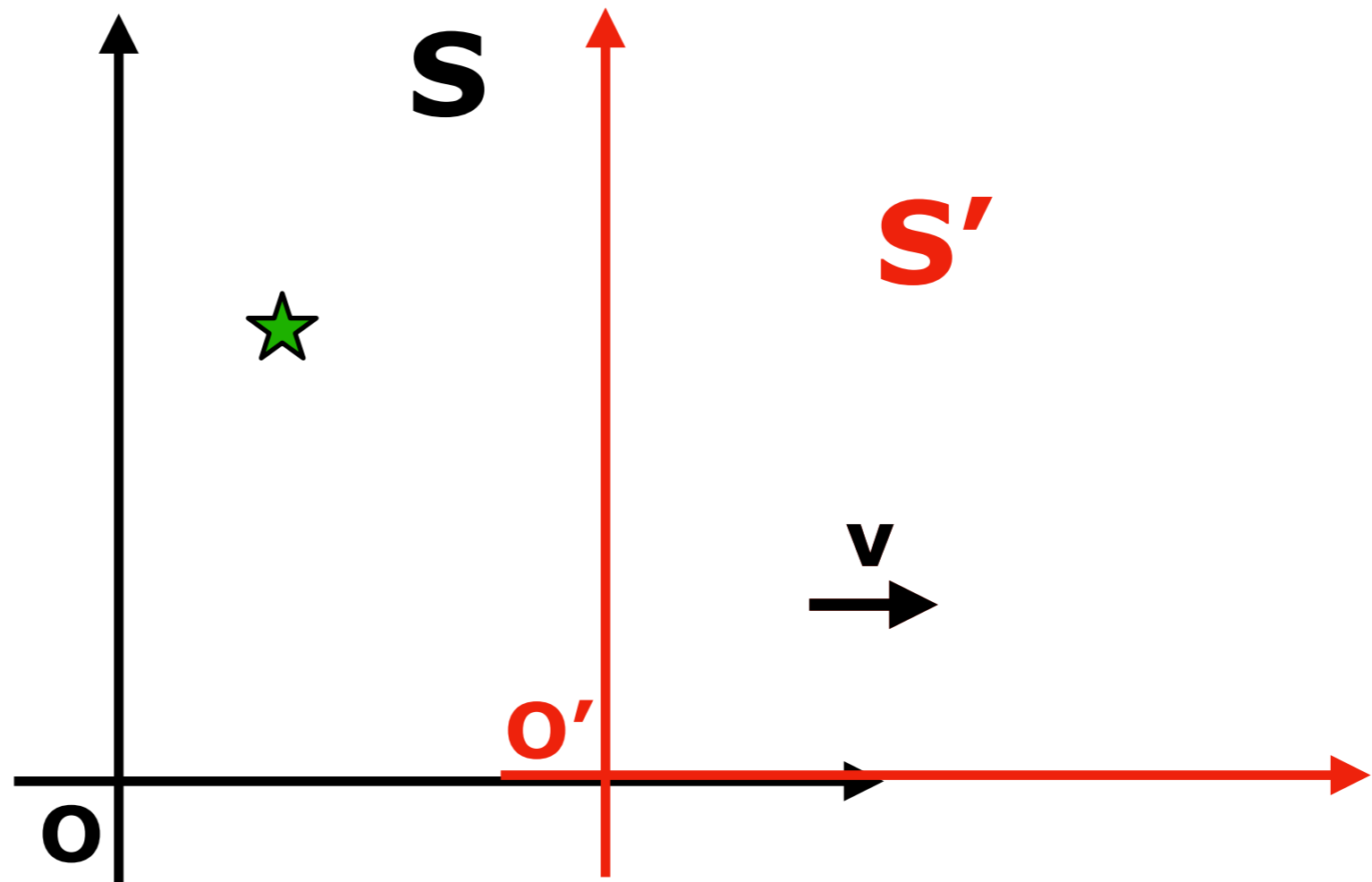
**S, S'** τυποποιημένος μετασχηματισμός



$S, S'$  τυποποιημένος μετασχηματισμός




**$S$ ,  $S'$**  τυποποιημένος μετασχηματισμός



$S, S'$  τυποποιημένος μετασχηματισμός

ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΤΟΥ   
ΣΤΟ **S'**

ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΤΟΥ   
ΣΤΟ **S**

$$x' = \gamma(x - vt)$$

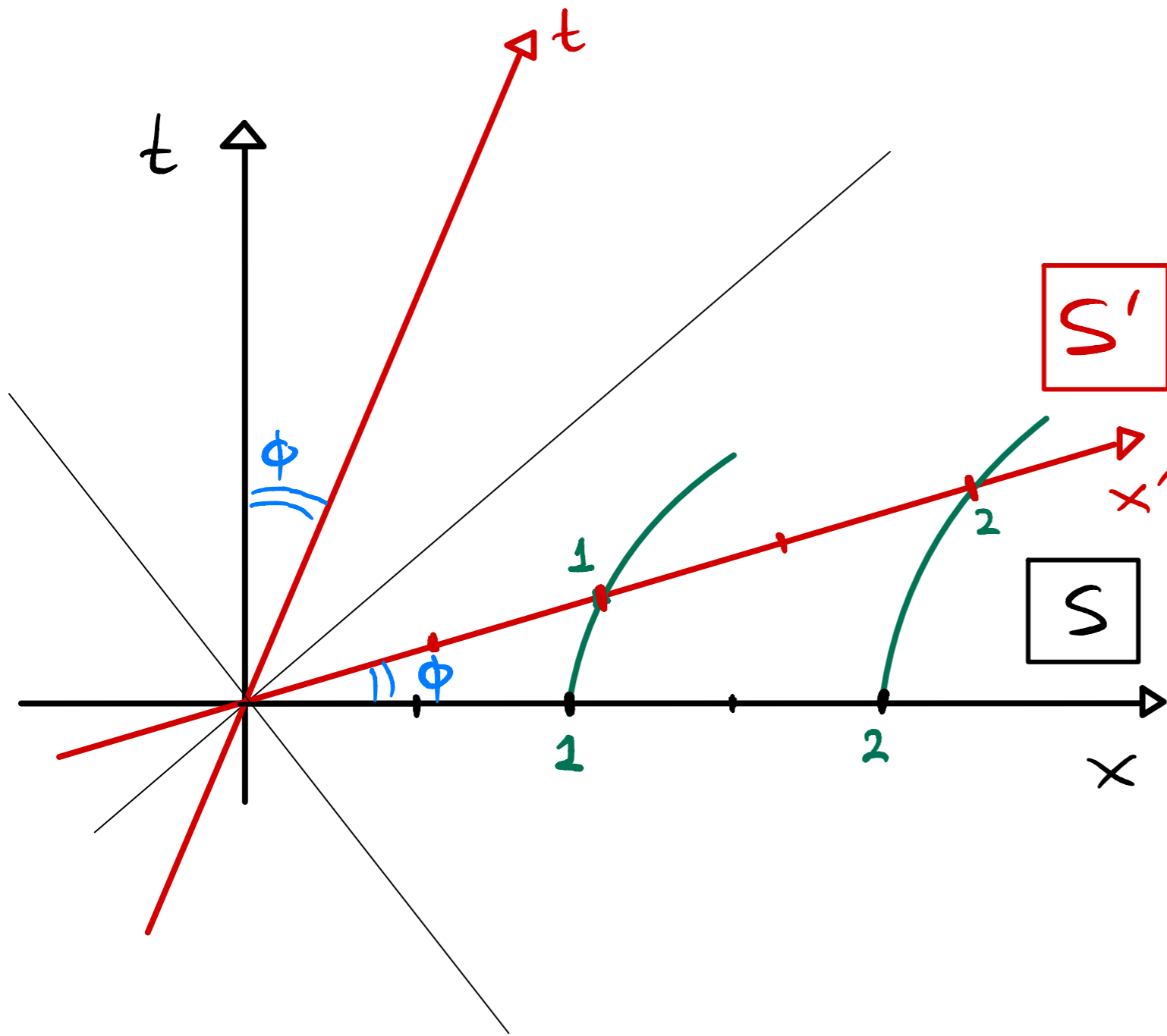
$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma(t - vx)$$

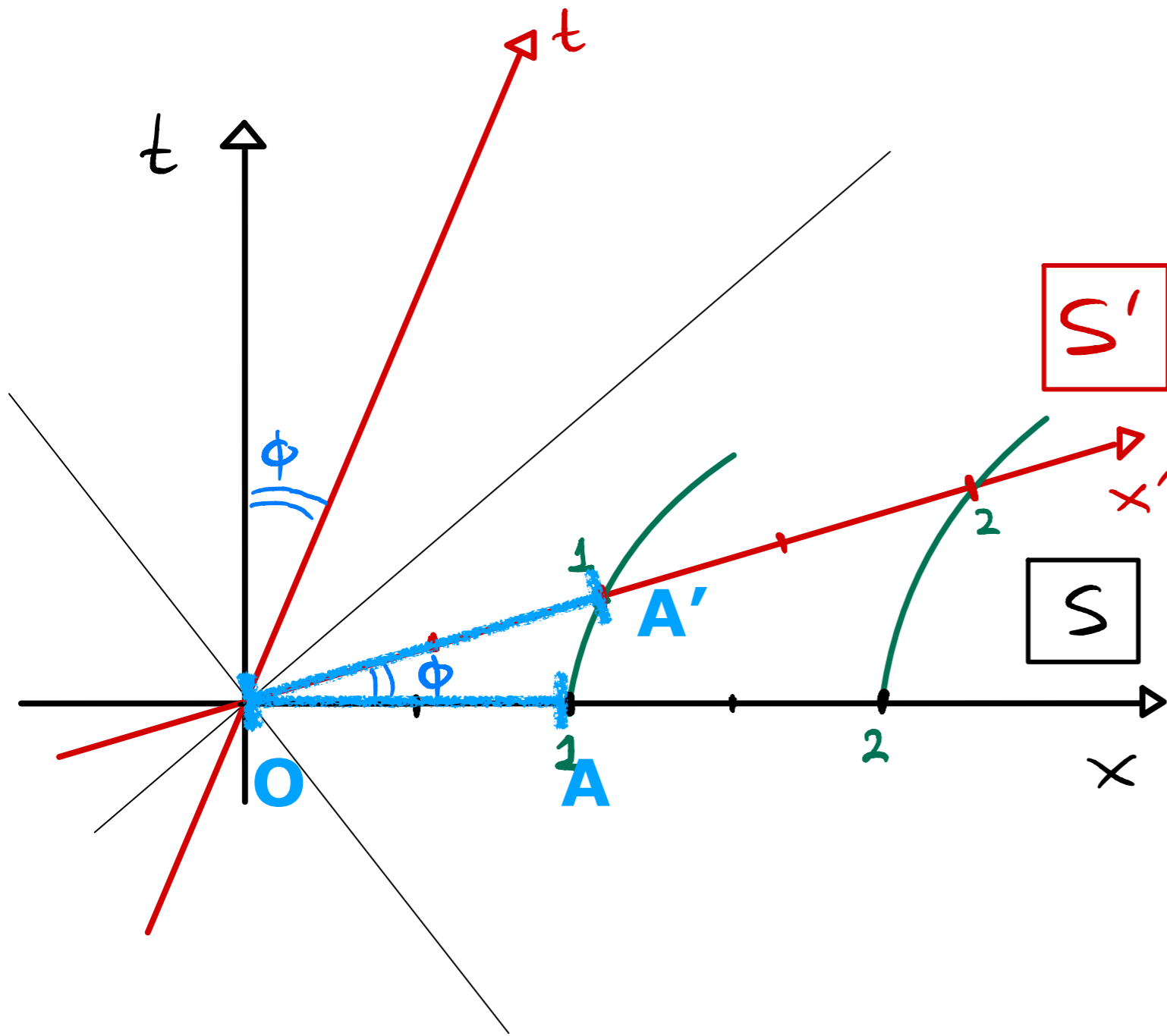
**S, S'** τυποποιημένος μετασχηματισμός

# διαγράμματα Minkowski



$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$t' = \gamma(t - vx)$$

# διαγράμματα Minkowski



για γνωστό  $v$

$$\phi = ?$$

$$OA'/OA = ?$$

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \gamma(t - vx)$$



# αναλλοίωτα Lorentz

Αν η απάντηση δεν αλλάζει κάτω από μετασχηματισμούς Lorentz, τότε πρέπει να είναι εφικτή η διατύπωσή της υπό τη μορφή γινόμενου τανυστών χωρίς ελεύθερο δείκτη

$$P^2 = P^\mu P_\mu = P^{\mu'} P_{\mu'} = (P')^2$$

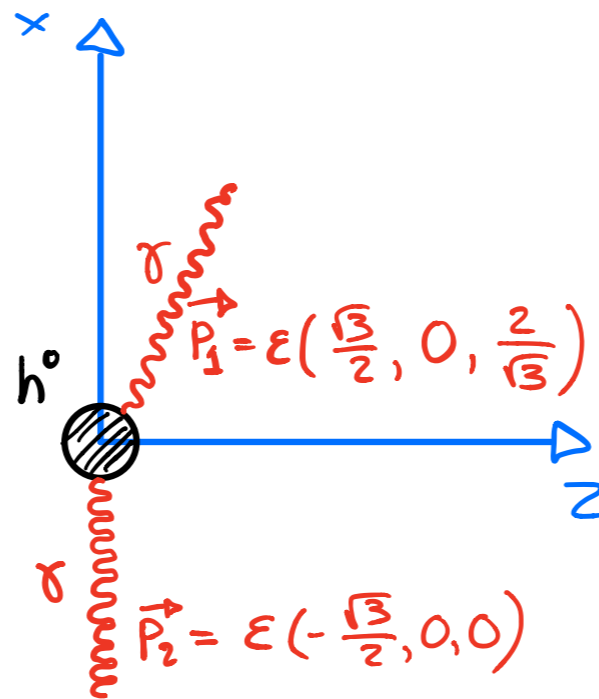
$$S \rightarrow S'$$

$$P^{\mu'} = \Lambda^{\mu'}{}_\nu P^\nu$$

Εάν έχουμε την απάντηση γραμμένη συναρτήσει αναλλοίωτων ποσοτήτων, τότε είμαστε ελεύθεροι να διαλέξουμε όποιο αδρανειακό σύστημα αναφοράς μάς βολεύει καλύτερα για τον υπολογισμό της

# Θέματα Ιουλίου 2020 – σειρά Β

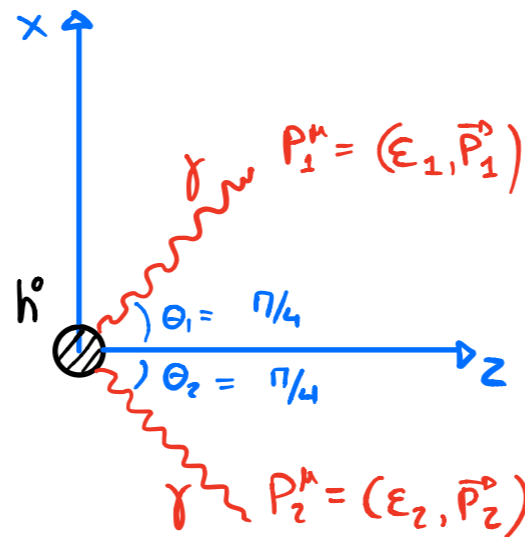
**ΠΡΟΒΛΗΜΑ:** Όταν το σωματίδιο  $h^0$  βρίσκεται στην αρχή των αξόνων, στο σύστημα του ανιχνευτή ( $\Sigma$ ), διασπάται αυθόρμητα σε δύο φωτόνια:  $h^0 \rightarrow \gamma\gamma$ . Οι 3-ορμές των δύο φωτονίων μετρήθηκαν στο σύστημα αυτό ως ακολούθως:  $\mathbf{p}_1 = \mathcal{E}(\sqrt{3}/2, 0, 2/\sqrt{3})$  και  $\mathbf{p}_2 = \mathcal{E}(-\sqrt{3}/2, 0, 0)$  στο  $\Sigma$ .



- Να γραφούν αναλυτικά οι τετραορμές των δύο φωτονίων στο  $\Sigma$ .
- Να εκφραστεί η μάζα του  $h^0$  συναρτήσει του  $\mathcal{E}$ .
- Να βρεθεί η ταχύτητα  $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$  του  $h^0$  στο  $\Sigma$ .
- Να υπολογιστεί η γωνία μεταξύ των 2 φωτονίων στο σύστημα κέντρου ορμής ( $\Sigma'$ ).

# Θέματα Ιουλίου 2020 — σειρά Α

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ:** Το σωματίδιο  $h^0$  βρίσκεται επί της αρχής των αξόνων την στιγμή της αυθόρμητης διάσπασής του σε δύο φωτόνια  $h^0 \rightarrow \gamma\gamma$  στο σύστημα ( $\Sigma$ ) του ανιχνευτή. Θεωρήστε ότι η διάσπαση λαμβάνει χώρα εξολοκλήρου στο επίπεδο  $xz$ , δηλαδή  $p_{1y} = p_{2y} = 0$  και ότι τα δυο φωτόνια μετρήθηκαν να έχουν την ίδια ενέργεια  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$  έχοντας το καθένα διεύθυνση διάδοσης που σχηματίζει γωνία  $\pi/4$  με τον άξονα  $z$  στο σύστημα  $\Sigma$ , όπως στο κάτωθι σχήμα.



- Να γραφούν αναλυτικά οι συνιστώσες της τετραορμής  $p_i^\mu = (E_i, p_{ix}, p_{iy}, p_{iz})$  για τα δυο φωτόνια  $i = 1, 2$ , συναρτήσει της ενέργειας ( $\mathcal{E}$ ) που μετρήθηκε από τον ανιχνευτή στο σύστημα  $\Sigma$ .
- Να υπολογιστεί η μάζα του σωματιδίου  $h^0$  συναρτήσει της ενέργειας  $\mathcal{E}$ .
- Να γραφεί ο μετασχηματισμός Lorentz ( $L^\mu_\nu$ ) μέσω του οποίου μεταβαίνουμε στο σύστημα ηρεμίας του σωματιδίου  $h^0$ , δλδ. στο σύστημα κέντρου ορμής των δύο φωτονίων ( $\Sigma'$ ).
- Να υπολογιστεί η γωνία μεταξύ των 2 φωτονίων στο σύστημα κέντρου ορμής ( $\Sigma'$ ).

# Ιουλίου 2020

τα δύο θέματα, σειρά  $A + B$ , ήταν τα ίδια με μόνη μεταξύ τους διαφορά να είναι μια περιστροφή στο κέντρο ορμής ( $\Sigma'$ ) και ένας μετασχηματισμός προώθησης από το  $\Sigma'$  στο εργαστήριο ( $\Sigma$ )