$M \to m_1 m_2$

Η απαντηση ειναι ανεξαρτητη του συστηματος αναφορας και αρα θα πρεπει να μπορει να να διατυπωθει με την χρηση σχετικιστικων αναλλοιωτων!

$$P^\mu = p_1^\mu + p_2^\mu$$

$$(P^\mu)^2 = (p_1^\mu)^2 + (p_2^\mu)^2 + 2 p_1^\mu \cdot (p_2)_\mu$$

για $\quad [\eta^{\mu\nu}] = \mathrm{diag}(1,-1,-1,1)$

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2 p_1^\mu p_{2\mu}$$

Στο συστημα ηρεμιας του m_1

$$2 p_1^\mu (p_2)_\mu = 2(m_1, \vec{0}) \cdot (\overset{E_2}{\gamma_2 m_2}, \gamma_2 m_2 \vec{u}_2)$$

$$2 p_1^\mu p_{2\mu} = 2 m_1 E_2$$

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2 m_1 E_2$$

$$\boxed{E_2 = \frac{M^2 - m_1^2 - m_2^2}{2 m_1}}$$

επαληθευση χρησιμοποιωντας τα $p_1^\mu \cdot p_{2\mu}$ απο το Κ.Ο.

$$p_1^\mu \cdot p_{2\mu} = \left(\frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M}, \vec{p}^*\right)\left(\frac{M^2 - (m_1^2 - m_2^2)}{2M}, -\vec{p}^*\right)$$

$$= \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M} \, \frac{M^2 - (m_1^2 - m_2^2)}{2M} + (p^*)^2$$

$A = m_1 + m_2$

$B = m_1 - m_2$

$$p_1^{\mu} \cdot p_{2\mu} = \frac{M^4 - A^2 \cdot B^2}{4M^2} + \frac{\left[M^2 - (m_1 + m_2)^2\right]\left[M^2 - (m_1 - m_2)^2\right]}{4M^2}$$

$$= \frac{M^4 - A^2 \cdot B^2}{4M^2} + \frac{\left[M^2 - A^2\right]\left[M^2 - B^2\right]}{4M^2}$$

$$= \frac{M^4 - A^2 \cdot B^2}{4M^2} + \frac{M^4 - (A^2 + B^2)M^2 + A^2 B^2}{4M^2}$$

$$= \frac{2M^4 - (A^2 + B^2)M^2}{4M^2}$$

$$= \frac{2M^2 - (A^2 + B^2)}{4} = \frac{2M^2 - (m_1 + m_2)^2 - (m_1 - m_2)^2}{4}$$

$$= \frac{2M^2 - 2m_1^2 - 2m_2^2}{4} = \frac{M^2 - m_1^2 - m_2^2}{2}$$

$$p_1^{\mu} \cdot p_2^{\mu} = \frac{M^2 - m_1^2 - m_2^2}{2} = (m_1, \vec{0})(E_2, \vec{p}_2) = m_1 E_2$$

στο σύστημα ηρεμίας του m_1

$$E_2 = \frac{M^2 - m_1^2 - m_2^2}{2m_1}$$